

世界の数学科授業・
日本の数学科授業

Yuka Funahashi

舟橋 友香

奈良教育大学 数学教育講座

世界の数学科授業・日本の数学科授業

奈良教育大学 数学教育講座 舟橋 友香

1. 世界共通の言葉としての数学

みなさんが、学校で算数・数学の授業を受けているのと同じように、世界中の学校で、算数・数学の授業は行われています。そして、みなさんが、授業中に日本語を使って会話をするように、世界各国の授業では、それぞれの国の言葉で授業が行われています。そのため、その国の言葉が分からなければ、どんな会話がなされているのか理解することはできません。しかし、他国で行われている算数・数学の授業をみると、言葉はわからなくても、どんな数学的内容が扱われているのかについては理解することができます。それは、数学で用いられる式や表やグラフなどの表現の仕方が同じだからです。科学技術の智プロジェクトの報告書には、次のように「数学語」の特徴が記されています。

数学でその記述に用いる記号はほぼ世界共通であり、数学者（や科学者）たちは数式を用いて「筆談」ができる。…この意味で数学は最もグローバルな言語で、英語をも遙かに凌いでいる。

(科学技術の智プロジェクト, 2008, p. 32)

みなさんが学校で学んでいる算数・数学は、英語や他の言語と同じように、“最もグローバルな言語”である「数学語」を学んでいるのだと考えてみると、算数・数学に向かう気持ちも、少し変わってくるのではないのでしょうか。

2. 他国との比較から浮かび上がる日本の算数・数学授業の特徴

さて、世界各国で数学科授業がどのように展開されているか、あるいはどんな内容が扱われているかみていくと、日本の中では「当たり前」と思っていたことが、他の文化の人にとっては「何か変わったことをしている」と映ることがあります。このように、異なる文化の下で行われている他国の実践との比較によって、自身の文化の中ではともすれば見過ごされてしまうような特徴が顕在化し、改めて自身の実践に関する理解を深めることができるところに、比較研究の面白さがあります。それでは、これまで他国との比較によって、日本の算数・数学科授業のどのような特徴が浮かび上がってきたのでしょうか。

日本の数学科授業の特徴が他国から大きく注目されるきっかけとなったものに、第3回国際数学・理科教育調査の付帯調査として実施されたTIMSS 1995ビデオ研究 (Stigler et al., 1999) があります。この研究では、日本・ドイツ・アメリカの第8学年 (日本では、中学校第2学年) の数学科授業が、合計231件ビデオテープに収録され、授業で扱われている数学的内容、教師と生徒の発話内容など様々な観点から分析がなされました。

その結果、各国に典型的な授業のパターンをみてみると、ドイツやアメリカのパターンと比較して、日本の数学科授業では、教師による介入の前に生徒自身による課題への取り組みが設けられ、それを基盤として全体での議論が行われること、及び要点を強調しまとめを行うという点に特徴があることがわかってきました。実際、シートワーク (授業における生徒の座席での学習) で生徒が取り組んでいた課題について、ドイツやアメリカの数学科授業では、「手続きの練習」に分類されるような課題に取り組んでいた割合が約90%であったのに対し、日本の数学科授業では、「新たな解の発見や思考」を促す課題に取り組んでいた割合が44%と、極めて異なる様相が示されています (図1) (Stigler et al., 1999, p.102)。

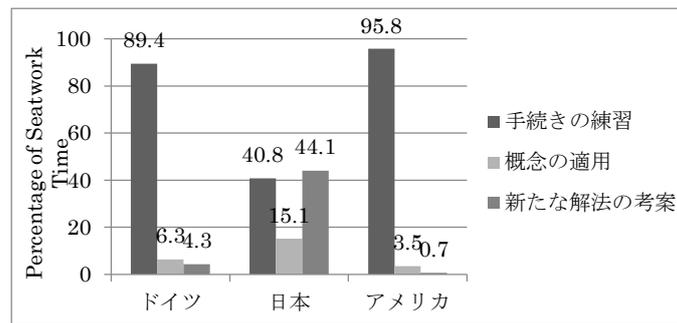


図1：シートワークで取り組んでいる課題の内容

日本の授業のこのような展開は、子ども自身が問題に立ち向かうこと、「重要な数学に子ども自身がもがき苦しむこと (struggle)」(Hiebert & Grouws, 2007, p. 387) が、単に目の前の問題の解決に関わる手続きのみならず、数学的な考え方や問題に立ち向かう姿勢を育てるために重要であるといった認識に支えられているのでしょう。

一方で、教室内での相互行為の様相に関して、その形態や発話に焦点を当てた分析結果をみると、それまでの国際比較研究において日本の数学科授業の優れた特徴として指摘されてきた事柄について、ドイツにも類似した特徴をみることができます。例えば、日本の授業には、一授業内に扱う数学的内容に首尾一貫性がみられることが指摘されてきました (Stevenson & Stigler, 1992)。この点について、「1 授業内で扱われた主題の数」という分析項目をみると、日本とドイツはともに「1 つ」という授業の割合が極めて高いことがわかります (図2)。また、数学的概念の導入方法について、アメリカの授業では情報それ自体を教師が生徒に与えていたのに対し、日本とドイツの授業では、教師と生徒が共同で授業を展開しながら新たな数学的概念を導入していたという点も類似しています (図3) (Stigler et al., 1999, p. 52)。

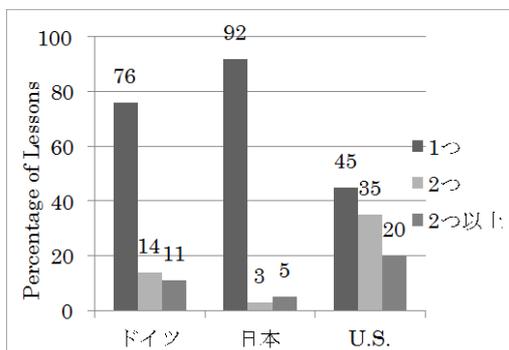


図 2：一授業に含まれる主題の数

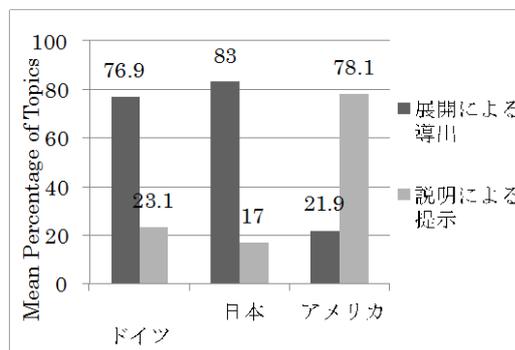


図 3：数学的概念の導入方法

これまで、数学教育の研究では、日本とドイツの比較研究はあまりなされていませんが、ドイツから影響を受けた歴史も加味すると、比較対象がドイツゆえに顕在化する日本の授業の特徴が期待されます。

それでは、同じ数学的内容について、日本とドイツではその扱われ方にどのような違いがあるのでしょうか。TIMSS ビデオ研究では、授業の様相を示すサンプルビデオが各国2授業ずつ公開されていますので、このうちドイツの「連立方程式」を扱った授業に注目してみましょう。「連立方程式」は、日本でも中学校2年生で学習する内容です。サンプル授業にみるドイツの教師は、まず連立方程式の解法を振り返るために、その名称と具体的な問題例を提示するよう生徒に求めました。図4は、このとき生徒の発言を教師が板書したものです。

連立方程式		
1) 等置法		
I	$x = 3 - 4y$	I = II...
II	$x = 7 + 3y$	
2) 代入法		
I	$y = 3 - 4x$	$y \rightarrow$ II...
II	$x - y = 3x$	
3) 加減法		
I	$3y + 17x = 1483$	I + II...
II	$-3y + 28x = 17$	

図 4：教師による板書

板書の内容から、等置法(Gleichsetzungs)、代入法(Einsetzungsverfahren)、加減法(Additionsverfahren)の三つが、ドイツでは連立方程式の解法として扱われていることが分かります。現行の日本の教科書では、一般に、等置法は代

入法の一つとみなされ、等置法を、加減法、代入法と並んで第3の解法として記載しているものはありません。このように、日本とドイツでは、ともに中学校第2学年で「連立方程式」を学びますが、指導される内容に違いがあることが分かります。

ドイツでの「連立方程式」の扱いをより詳細にみるために、ドイツの教科書 (Schmid & Weidig, 2002) をもとに、「連立方程式」とその前後の単元との関連についてみてみましょう。ドイツの教科書では、「一次関数」、「連立方程式」、「二次関数」の順で教材を配列しています。まず、「一次関数」では、座標軸の導入、比例、連続な一次関数、不連続な一次関数が扱われます。一次関数をグラフに表すこと、グラフから一次関数を読み取ることがここで学習されます。次に、「連立方程式」では、連立方程式の解の存在条件が一次関数の交わりを手がかりに導入されます (図5)。その後、連立方程式の解き方は、二つの直線が交わる点の座標を求めることから導入され (図6)、等置法、代入法、加減法の順で学習されます。

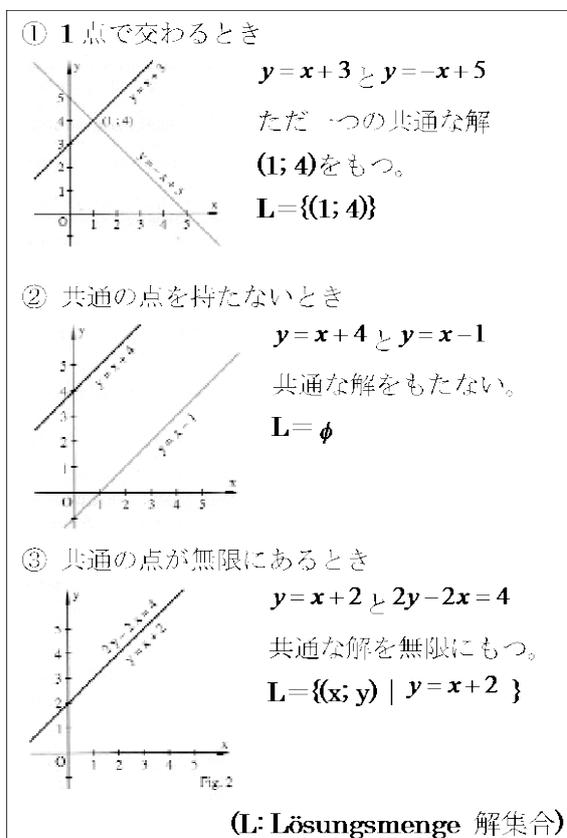


図5：連立方程式の解の存在条件

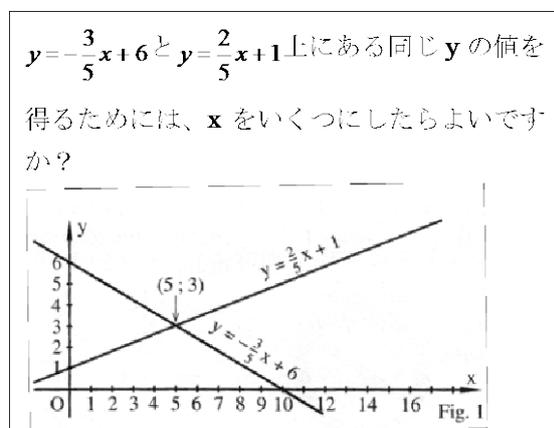


図6：等置法と代入法の導入問題

ドイツのビデオサンプル及び教科書にみる「連立方程式」の扱いから、日本とドイツの相違点を次の二つに大別できます。

第1に、教材配列の相違から、扱う連立方程式の解き方、及び連立方程式を導入することの必然性に相違が見られる点です。日本では、文字式の計算や等式の変形について学習した後に「連立方程式」の単元に入り、加減法、代入法を学習します。そこでは、一元一次方程式で解くには複雑で不便な場合に、二つの文字を用いて解決することのよさを実感させることで、連立方程式が導入されます。「一次関数」は「連立方程式」後の単元として位置づけられており、ここで、連立方程式の解が一次関数のグラフと関連づけて学習されます。これに対し、ドイツでは、「一次関数」を「連立方程式」の前に配列し、一次関数のグラフと密接に関連させながら「連立方程式」を展開しています。一次関数を先に学習するため、2直線の関係をグラフで視覚化することができ、交点を探究することから連立方程式が導入されます。一次関数は $y = ax + b$ という形で表されるため、 $y = a'x + b'$ との交点を求めるには等置法を用いることが能率的であることから、等置法、代入法、加減法の順で扱われていると考えられます。また、2直線の交わりから連立方程式の解の存在条件について学習し、練習問題では解がただ一組存在する問題、解が不定、解が存在しない問題のすべてについて扱うという相違点も見られます。

第2に、ドイツは指導の内容が、集合の概念に基づいて展開されている点です。例えば、教科書の例題では定義域が示され、得られた解を吟味した上で解集合が求められています。また、方程式と同様にして不等式もこの単元で扱っています。このような特徴は、現在の日本には見られません。

このように、同じ数学的内容でも、その扱いには日本とドイツで違いがあることがわかります。上述のような類似点や相違点が浮かび上がると、なぜそのような展開を日本の算数・数学科授業ではされているのか、改めてその価値を見直すことや、指導改善の指針を得られることの契機が生じます。この点に面白さを感じ、私は算数・数学科授業の国際比較という方法を用いて研究を行っています。是非みなさんも、世界に目を向け、自身が関心のあることについて、似ているところや異なるところを探してみてはいかがでしょうか。

[引用・参考文献]

科学技術の智プロジェクト (2008) 「21 世紀の科学技術リテラシー像～豊かに生きるための智～プロジェクト数理科学専門部会報告書」

<http://www.jst.go.jp/csc/pdf/s4a01.pdf> (2016 年 1 月 29 日確認)

August Schmid & Ingo Weidig (2002) *Lambacher-Schweizer Ausgabe für Thüringen Lösungsheft - 9. Schuljahr*, Ernst Klett Verlag Stuttgart Düsseldorf Leipzig.

Hiebert, J., & Grouws, D. A. (2007) The effects of classroom mathematics teaching on students' learning. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 371-404). Charlotte, NC: Information Age Publishers.

Stevenson, H. W. & Stigler, J. W. (1992) *The Learning Gap: Why Our Schools Are Failing and What We Can Learn from Japanese and Chinese Education*. New York, NY: Summit Books. (H. スティーブソン・J. スティグラ著, 北村晴朗・木村進監訳 (1993) 『小学生の学力をめぐる国際比較研究-日本・米国・台湾の子どもと親と教師-』, 金子書房)

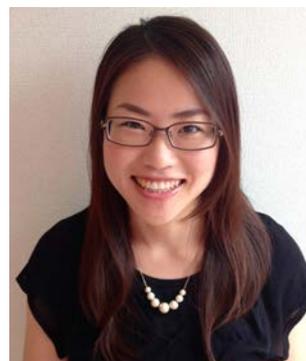
Stigler, J. W. et al. (1999) *The TIMSS Videotape Classroom Study: Methods and Findings from an Exploratory Research Project on Eighth-Grade Mathematics Instruction in Germany, Japan, and the United States*. Washington, DC: U. S. , Government Printing Office.

舟橋 友香 (Yuka Funahashi)

2014年 筑波大学大学院 人間総合科学研究科

学校教育学専攻 単位取得退学

2015年 奈良教育大学 教育学部 准教授



【研究テーマ】

算数・数学科授業において、新たな学習内容の定式化に向け、児童・生徒の着想を出発点としながら思考の広がりや深まりを熟練教師がいかに形成しているかについて、質的研究方法を用いて比較文化的な観点から研究しています。

【今の研究分野を選択したきっかけ】

大学生の頃に、全国規模の学会が通っていた大学で開催され、スタッフとしてお手伝いをしていました。たまたま担当していた会場で出会った先生の講演の内容がとても面白く、魅了されたのがきっかけで、その先生がいる大学の大学院に進学しました。いつ、どこで、人生を変える出会いがあるか分かりません。是非みなさんも、色々な場所に足を運んで、色々な世界をみて、素敵な出会いを獲るチャンスを自分でつくりだしてください。

世界の数学科授業・日本の数学科授業

著者 ふなはし ゆか 舟橋 友香

2016年2月29日 第1版

奈良教育大学出版会

〒630-8528

奈良市高畑町

TEL: 0742 (27) 9135 FAX: 0742 (27) 9147

E-mail: g-kenkyu@nara-edu.ac.jp

URL: <http://www.nara-edu.ac.jp/PRESS/>